

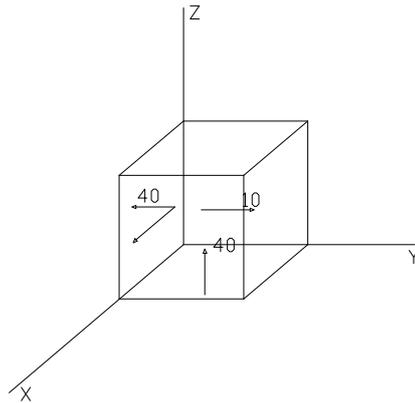
PROBLEMAS TEMA 1.- TENSIONES

1.- En el estado de tensiones representado en la figura en kg/cm^2 , determinar las tensiones normal y cortante siendo $\bar{u} = (0 \quad -0.6 \quad 0.8)$.

Las tensiones están en las caras que forman los planos coordenados.

Sol.: $\sigma_n = -11.2 \text{ kg/cm}^2$.

$\zeta = 38.87 \text{ kg/cm}^2$.



2.- En un punto P de un sólido elástico la matriz de tensiones referida a un sistema cartesiano ortogonal xyz es:

$$[T] = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix} \text{MPa}$$

a) Calcular el plano cuyo vector tensión forma ángulos agudos iguales con los semiejes positivos del triedro xyz.

Sol.: $\bar{u} = (0.84 \quad 0.105 \quad 0.53)$

b) Hallar las componentes intrínsecas del vector tensión correspondiente a un plano cuya normal exterior tiene la dirección y sentido del vector de componentes (2,2,1) referido a los ejes xyz.

Sol.: $\sigma_n = 23/9 \text{ MPa}$

$\zeta = 1.82 \text{ MPa}$

3.- La ecuación característica deducida de la matriz de tensiones es, en un punto de un sólido elástico, la siguiente:

$$\sigma^3 - 5\sigma^2 - 8\sigma + 12 = 0$$

a) Calcular los valores de las tensiones principales

Sol.: $\sigma_1=6; \sigma_2=1; \sigma_3=-2$

b) Calcular analítica y gráficamente las componentes intrínsecas del vector tensión correspondiente al plano definido por el vector $\bar{u} = \left(\frac{1}{2} \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \frac{1}{2} \right)$ referido a las direcciones principales.

Sol.: $\sigma_n = 3/2$

$\zeta = 2.87$

4.- Las tensiones principales en un punto P de un sólido elástico referidas a un sistema cartesiano ortogonal xyz y expresadas en MPa son:

$$\bar{\sigma}_1 = \frac{50}{3} \cdot (2\bar{i} + 2\bar{j} + \bar{k})$$

$$\bar{\sigma}_2 = (20\bar{i} - 10\bar{j} - 20\bar{k})$$

$$\bar{\sigma}_3 = -\frac{20}{3} \cdot (\bar{i} - 2\bar{j} + 2\bar{k})$$

Calcular la tensión, referida a los ejes xyz, correspondiente a un plano cuya normal exterior forma ángulos agudos iguales con los semiejes positivos del triedro xyz.

Sol.: $\sigma = (460/9\sqrt{3}) i + (490/9\sqrt{3}) j + (350/9\sqrt{3}) k$ MPa

5.- Sobre las caras de un paralelepípedo elemental que limitan el entorno de un punto P de un sólido elástico existen las tensiones indicadas en la figura, expresadas en kg / cm². Calcular:

a) los planos cuyos vectores tensión son ortogonales a ellos.

$$\bar{u}_1 = \left(0 \quad \frac{2}{\sqrt{5}} \quad \frac{1}{\sqrt{5}} \right)$$

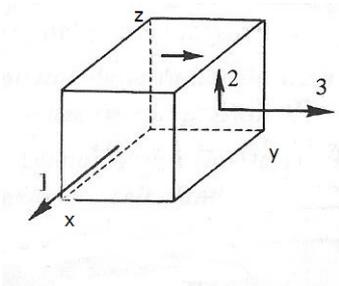
Sol.: $\bar{u}_2 = (1 \quad 0 \quad 0)$

$$\bar{u}_3 = \left(0 \quad \frac{1}{\sqrt{5}} \quad \frac{-2}{\sqrt{5}} \right)$$

b) el lugar geométrico de los extremos de los vectores tensión correspondientes a los infinitos planos de la radiación de vértice el punto P.

$$\text{Sol.: } \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{1} + \frac{z^2}{1} = 1$$

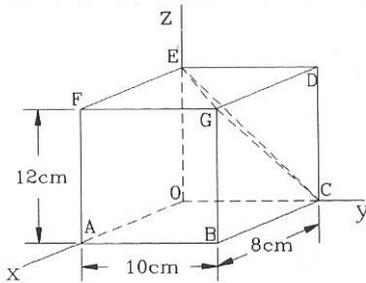
Nota.- las tensiones están en las caras paralelas a las caras que forman los planos coordenados.



6.- La matriz de tensiones del cuerpo de la figura es:

$$[T] = \begin{bmatrix} 6000 & 5000 & 3000 \\ 5000 & 8000 & -1000 \\ 3000 & -1000 & -6000 \end{bmatrix} \text{Kg/cm}^2$$

Hallar la tensión cortante en la superficie EGC, en la dirección GC y la tensión cortante de la superficie GDBC en la misma dirección.



$$\tau_{GEC,GC} = 4481.7 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Sol.: } \tau_{GDBC,GC} = -1938 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

7.- Las tensiones principales extremas en un punto de un sólido son: 100 y 50 MPa.

El vector tensión correspondiente a un plano Π cuya normal forma un ángulo de 45° con la dirección principal 1, tiene un módulo de 85 MPa y forma con la normal al plano un ángulo de 12.5° . Determinar gráficamente el valor de la tensión principal intermedia σ_2 .

Nota.-se sabe que el centro de una circunferencia se encuentra en la mediatriz de dos de sus puntos AB pertenecientes a la circunferencia.

$$\text{Sol.: } \sigma_2 = 73.2 \text{MPa}$$