PROBLEMAS TEMA 2.- DEFORMACIONES

1.- Dada la figura cuyas coordenadas de los vértices son las indicadas en cm, se pretende someterlo a un estado de deformación:

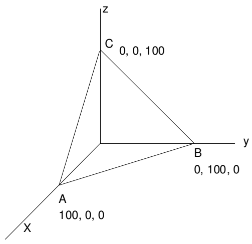
$\varepsilon_x = 2kx$

$\varepsilon_y = 2ky$

$\varepsilon_z = 2kz$

$\frac{1}{2}\gamma_{xy} = k$

$\frac{1}{2}\gamma_{xz} = \frac{1}{2}\gamma_{yz} = 0$



Siendo $k = 10^{-6}\ cm^{-1}$

Calcular:

1º) el vector deformación unitaria en los puntos de la arista AC y en la dirección de la misma.

Sol.: $\varepsilon = [-2kx/\sqrt{2}, -k/\sqrt{2}, 2kz/\sqrt{2}]$

2º) la deformación transversal máxima en el punto P(10, 10, 10) utilizando la representación gráfica de Mohr.

Sol.: k

3º) la deformación longitudinal unitaria en el punto P (10, 10, 10) en la dirección definida por el vector u $(1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 0)$.

Sol.: $\varepsilon_n = 21k$

2.- Debido a la acción de una solicitación exterior sobre un cuerpo elástico se provoca un estado de deformaciones tal que las componentes del vector corrimiento de un punto P(x, y, z), referidas a un sistema cartesiano ortogonal son:

u= 2ax-ay   v= 3ax-2ay   w=0

Siendo a una constante.

a) Calcular las matrices de deformación y giro.

Sol.:

$$[D]=\begin{bmatrix}2a & a & 0\\ a & -2a & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix} \qquad [H]=\begin{bmatrix}0 & -2a & 0\\ 2a & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

b) Hallar los alargamientos y direcciones principales de deformación en el punto P(x, y, z).

Sol.: $\varepsilon_1 = a\sqrt{5}$ $\varepsilon_2 = 0$ $\varepsilon_3 = -a\sqrt{5}$

$\bar{u}_1 = (0.97 \quad 0.23 \quad 0)$ $\bar{u}_2 = (0 \quad 0 \quad 1)$ $\bar{u}_3 = (0.23 \quad -0.97 \quad 0)$

c) En un punto P de este medio se coloca una galga en la dirección del vector u definido por $\alpha=\beta=\gamma$. ¿Qué medición se efectuará?

Sol.: $\varepsilon_n=2a/3$

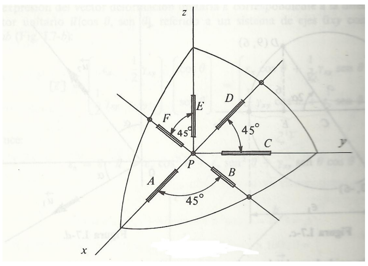
d) Resolver gráficamente el apartado anterior mediante la utilización de los círculos de Mohr.

3.- En un punto P de un sólido elástico se colocan 6 galgas extensométricas en las direcciones indicadas en la figura. Mediante la utilización de un aparato adecuado se obtienen las siguientes medidas:

$\varepsilon_A = 2\cdot 10^{-3}$ $\qquad$ $\varepsilon_D = 3\cdot 10^{-3}$

$\varepsilon_B = 2.5\cdot 10^{-3}$ $\qquad$ $\varepsilon_E = 10^{-3}$

$\varepsilon_C = 0$ $\qquad$ $\varepsilon_F = 1.5\cdot 10^{-3}$



Calcular la matriz de deformación en el punto P, referida al sistema de ejes xyz.

Sol.:

$$[D]=\begin{bmatrix} 2 & 1.5 & 0 \\ 1.5 & 0 & 2.5 \\ 0 & 2.5 & 1 \end{bmatrix}\cdot 10^{-3}$$

4.- En un determinado punto P de la superficie de un sólido elástico sometido a carga se midieron las siguientes deformaciones: un alargamiento longitudinal unitario de 0.0001 en la dirección x; un acortamiento longitudinal unitario de 0.0005 en la dirección de y, perpendicular a x, y una deformación angular $\gamma_{xy}=-2\sqrt{7}\,*10^{-4}$ rad.

1º) calcular las deformaciones principales, así como las direcciones principales.

Sol.: $\varepsilon_1=2*10^{-4}$

$\varepsilon_2=-6*10^{-4}$

$$\bar{u}_1=\left(\frac{-\sqrt{7}}{\sqrt{8}} \quad \frac{1}{\sqrt{8}}\right)$$

$$\bar{u}_2=\left(\frac{1}{\sqrt{8}} \quad \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{8}}\right)$$

2º) determinar el valor de la deformación angular máxima.

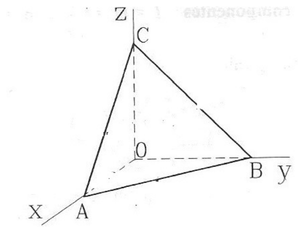
Sol.: $\dfrac{\gamma_{\max}}{2}=4*10^{-4}\,rad$

3º) hallar las componentes intrínsecas del vector deformación unitaria correspondiente a una dirección contenida en el plano xy que forma un ángulo de 45º con la dirección positiva del eje x.

Sol.: $\varepsilon_n = -4.645 \cdot 10^{-4}$

$\dfrac{\gamma_n}{2} = 3 \cdot 10^{-4}$

5.- Dada la figura, se pretende someterlo a un estado de deformación:



$$[D] = \begin{bmatrix} -0.283 & 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & 0.616 & 0.3 \\ 0.2 & 0.3 & 0.217 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3}$$

OA=OB=OC=1m

Calcular:

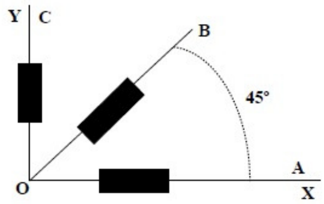
a) la dilatación cúbica

Sol.: $0.55 \cdot 10^{-3}$

b) la deformación longitudinal unitaria en la dirección AB.

Sol.: $0.066 \cdot 10^{-3}$

6.- En un estado de deformaciones plano y mediante una roseta de deformaciones a 45º, se conocen las deformaciones longitudinales correspondientes a los elementos lineales OA, OB y OC, siendo éstas:



$\varepsilon_{OA} = 530 \cdot 10^{-6}$

$\varepsilon_{OB} = 420 \cdot 10^{-6}$

$\varepsilon_{OC} = -80 \cdot 10^{-6}$

Determinar:

a) las deformaciones y direcciones principales

Sol.:

$\varepsilon_1 = 586{,}6 \cdot 10^{-6}$

$\varepsilon_2 = -136{,}6 \cdot 10^{-6}$

$\overline{u_1} = (0{,}96 \quad 0{,}28)$

$\overline{u_2} = (-0{,}28 \quad 0{,}96)$

b) la deformación angular máxima

Sol.: $\dfrac{\gamma_n}{2}_{\max} = 361{,}6 \cdot 10^{-6}$