Tema 2.7. Problemas de Flujo Laminar Unidireccional

J. Hermenegildo Garcia-Ortiz

1. **LIQUIDO SOBRE PLANO INCLINADO.** Obtener el perfil de velocidad del movimiento unidireccional en una capa de espesor constante h de un líquido de densidad ρ y viscosidad μ que se mueve por acción de la gravedad sobre un pano inclinado de ángulo α en relación a la horizontal. Además, calcular el caudal por unidad de longitud y el esfuerzo de fricción sobre el plano inclinado. Compara estos resultados con el movimiento de Poiseuille entre dos placas separadas una distancia h.

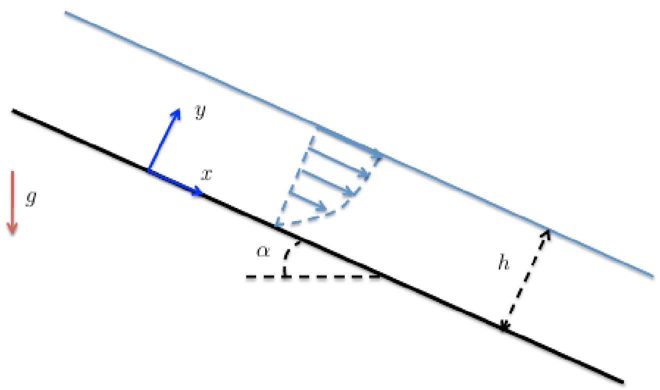


Figura 1: Líquido sobre un plano inclinado.

2. **VISCOSÍMETRO ROTACIONAL.** Se tiene un viscosímetro rotacional formado por dos cilindros concéntricos de longitud L:

   - un cilindro sólido interior en rotación de radio R_i,
   - y un cilindro hueco exterior estacionario de radio R_0.

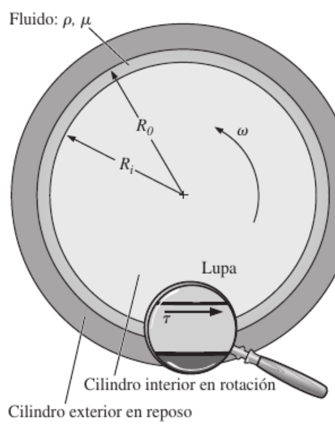


Figura 2: Viscosímetro rotacional.

La separación entre ambos cilindros es muy pequeña ($(R_0 - R_i) \ll R_0$) y contiene el fluido cuya viscosidad se quiere medir. El proceso consiste en medir la velocidad angular del cilindro interior, ω, así como el par necesario para hacer que gire. Determinar la expresión de la viscosidad del fluido en cuestión.

3. **VISCOSÍMETRO DE CONO.** Se tiene un viscosímetro de cono que consiste en un cono sólido que se apoya y gira con una velocidad angular Ω sobre una superficie sólida plana fija, tal y como indica la figura 3. El eje del cono es perpendicular al plano de la superficie de apoyo y su generatriz forma un ángulo α (muy pequeño) con el mismo. El radio de la base del cono es R. El espacio entre la superficie del cono y la superficie plana está ocupado por un líquido de viscosidad μ y densidad ρ. Calcular la viscosidad en función del par, T, que hay que hacer para girar el cono con dicha velocidad angular.

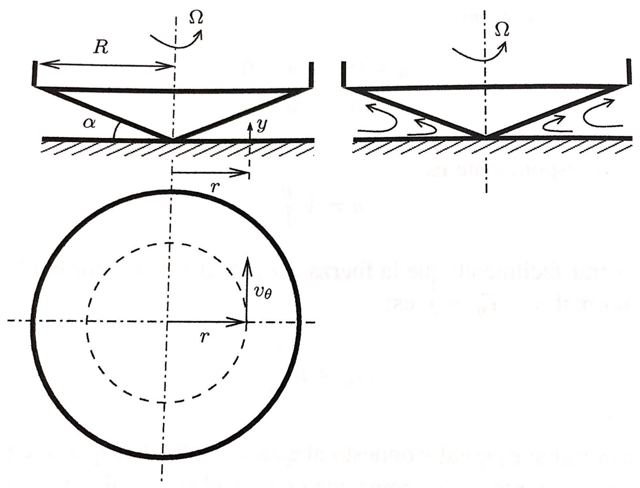


Figura 3: Viscosímetro de cono.

4. **CINTA TRANSPORTADORA.** Una cinta transportadora inclinado un ángulo α se utiliza para elevar un líquido de densidad ρ y viscosidad μ (figura 4). Suponiendo que la velocidad de la cinta es V, que las fuerzas de viscosidad son dominantes en el movimiento del líquido y que la altura del mismo sobre la cinta es constate e igual a h, se pide:

   a) Perfil de velocidad del líquido. Dibújelo y obtenga el valor de h para el cual la velocidad del líquido es la superficie libre es nula.

   b) Caudal de líquido transportado por unidad de anchura de cinta. ¿Para que valor de h se hace cero el caudal?

   c) Si la longitud y anchura de la cinta son a y b, respectivamente, ¿qué potencia hace falta para mover la cinta transportadora?

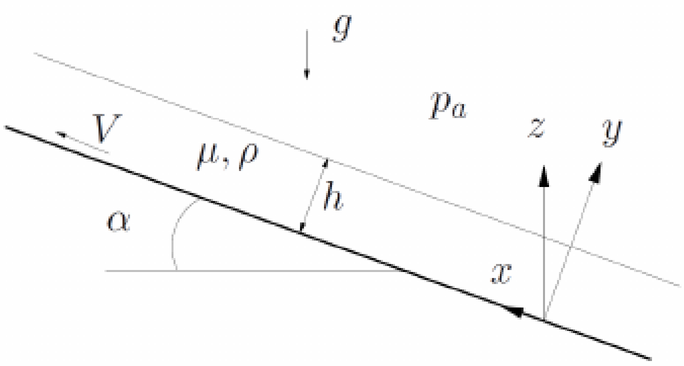


Figura 4: Cinta transportadora.

5. **LIQUIDOS INMISCIBLES.** Por acción de la gravedad dos líquidos inmiscibles de densidades $\rho_1 > \rho_2$ y viscosidades μ_1 y μ_2 fluyen sobre un plano inclinado α en relación a la horizontal. Suponiendo que el movimiento es unidireccional, con espesores h_1 y h_2 constantes (ver figura 5), se pide:

   a) Perfiles de velocidad en cada película fluida en función de sus espesores h_1 y h_2.

   b) Si q_1 y q_2 son caudales de cada líquido por unidad de longitud transversal al movimiento, calcular los espesores h_1 y h_2.

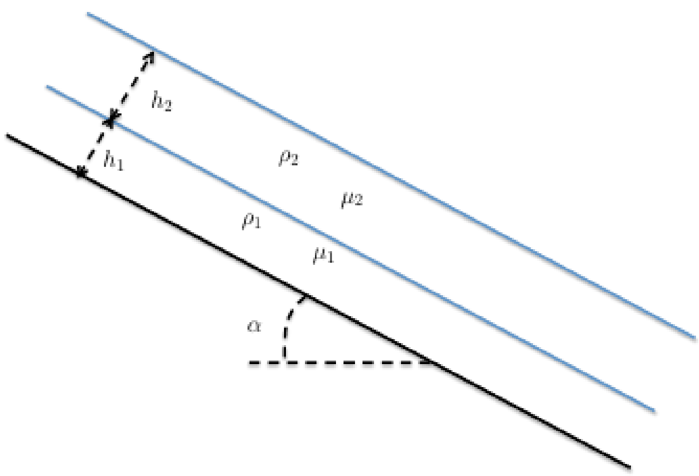


Figura 5: Líquidos inmiscibles sobre un plano inclinado.

6. **TUBERIA EN Y**. En la figura se representa una unión de tuberías en forma de Y, delimitada por las secciones 1,2 y 3, por la que circula un fluido de densidad $\rho = 800kg/m^3$. El fluido entra a través de las secciones 1 y 2, y se descarga a la atmósfera a través de la sección 3. Todos los tramos de tubería son de sección circular de diámetro D (conocido)

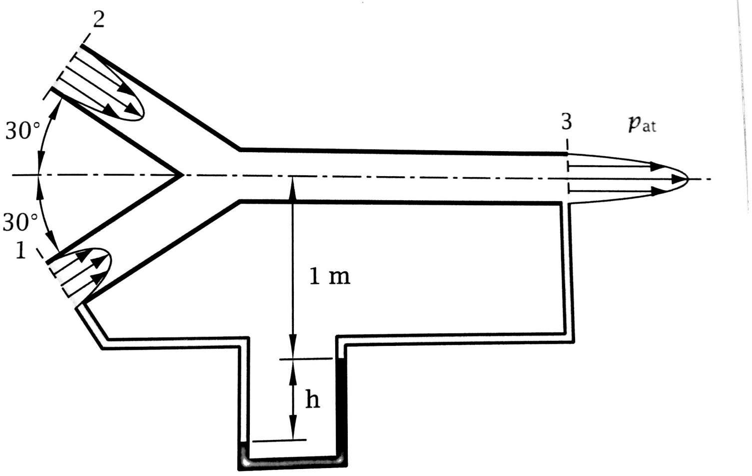


Figura 6: Tubo en forma de Y.

Se supondrá que en las secciones 1,2 y 3 el perfil de velocidad es parabólico:

$$v = v_m(1 - 4r^2/D^2), \tag{1}$$

siendo r la coordenada radial y v_m la velocidad en el centro. En las secciones 1 y 2 los caudales son Q_1 y Q_2 $[L^3T^-1]$, respectivamente. La presión manométrica en la sección 2, p_2, es un 10 % mayor a la presión manométrica en 1, p_1. En el manómetro conectado entre 1 y 3 existe una diferencia de niveles de mercurio entre las dos ramas de h. Se despreciará D y la diferencia de cotas entre las secciones 1 y 3 frente a las longitudes acotadas en la figura. El peso del líquido contenido en las tuberías es de P. Determinar:

a) Presiones manométricas en las secciones 1 y 2.

b) Velocidad máxima, v_m en las secciones 1,2 y 3.

c) Fuerza que ejerce el fluido sobre la unión de tuberías.

Datos numéricos:

$$\boxed{D = 5cm,\ Q_1 = 0{,}002m^3/s,\ Q_2 = 0{,}003m^3/s,\ h = 30cm, P = 150N} \tag{2}$$

7. **DESCARGA DE UN DEPÓSITO.** Determinar las ecuaciones que rigen el movimiento de la altura de fluido en la descarga del depósito de sección A que se muestra en la figura 7 a través de un conducto de longitud L y diámetro D siempre que las fuerzas viscosas sean dominantes. Se tiene en cuenta que $A \gg d$ por lo que el problema se puede considerar casi estacionario. Además $L \gg L_e$ por lo que el flujo se considera completamente desarrollado en la tubería.

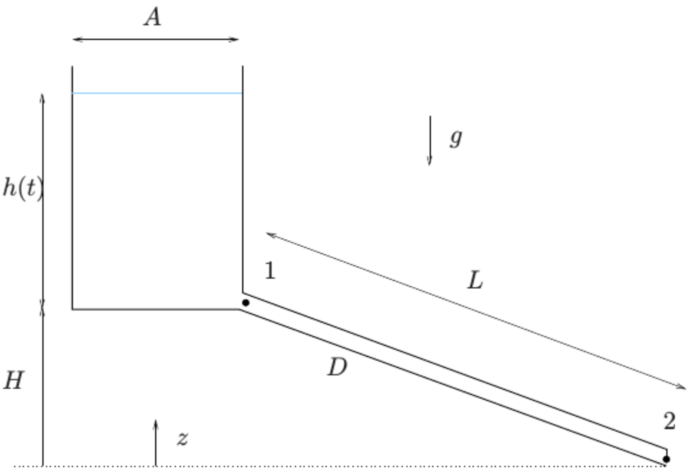


Figura 7: Descarga de depósito a bajo número de $Re \ll 1$.

8. **DESCARGA DE UN CHORRO.** A través del tubo de la figura se descarga a la atmósfera un chorro de agua.

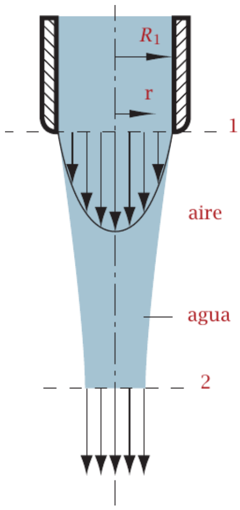


Figura 8: Descarga de un chorro de agua desde un tubo vertical.

A la salida del tubo (sección 1) la distribución de velocidad es parabólica:

$$v_1 = v_0 \left[1 - \left(\frac{r}{R_1} \right)^2 \right] \tag{3}$$

siendo r la distancia al eje, v_0 la velocidad en el eje y R_1 el radio del tubo. Aguas abajo de la sección 1, debido a que la viscosidad del aire es muy pequeña frente a la del agua, la tensión cortante en la superficie de separación aire-agua es despreciable, y el perfil de velocidad tiende a hacerse uniforme, de forma que en la sección 2, situada a una distancia suficientemente grande de la sección 1, puede considerarse que $v_2 =$ constante.

Se supondrá:

- que las tensiones normales en las secciones 1 y 2 y en toda la superficie del chorro son uniformes e iguales a la presión atmosférica,

- que la distancia entre las secciones 1 y 2 es lo suficientemente pequeña como para que el efecto de las fuerzas gravitatorias sea despreciable.
- que la superficie de separación aire-agua se despreciarán las tensiones cortantes y los efectos de tensión superficial.
- que el proceso estacionario.

Calcular:

a) Velocidad, v_2 , y radio del chorro, R_2 , en la sección 2.

b) Potencia mecánica disipada y aumento de temperatura del agua entre las secciones 1 y 2.

9. **AMORTIGUADOR DE ACEITE**. El amortiguador representado en la figura 9 consta de un émbolo de diámetro D_1 y altura H que se mueve a una velocidad constante U en el interior de un cilindro de diámetro D_2. Éste último contiene un líquido de viscosidad μ (conocida) a una temperatura de diseño. Se supondrá que el flujo entre el émbolo y el cilindro es laminar, con efectos de viscosidad dominantes.

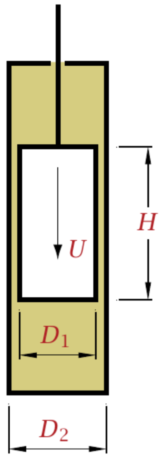


Figura 9: Amortiguador de aceite

Determinar, en función de U:

a) Caudal de líquido que circula a través del espacio entre cilindro y émbolo.

b) Perfil de velocidad en el espacio entre cilindro y émbolo en función del gradiente de presión reducida.

c) Gradiente de presión reducida en el líquido, en el espacio entre cilindro y émbolo.

d) Fuerza de resistencia que actúa sobre el émbolo.

En la figura 10 se representa una ampliación de la zona por la que circula el aceite y el sistema de referencia recomendado para la resolución del problema.

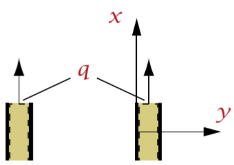


Figura 10: Sistema de referencia para la resolución del problema

10. **EXAMEN MF JUNIO 2018**. Una cinta transportadora se mueve con una velocidad uniforme V y está en contacto con la superficie libre de un tanque que contiene aceite lubricante con una viscosidad cinemática μ y una densidad ρ. Suponiendo un perfil de velocidad lineal y que el ancho de la cinta es conocido b, hallar

   a) Caudal de aceite desplazado por la cinta. Escribir la ecuación diferencial que rige el movimiento y las condiciones de contorno. (0.5 puntos)
   b) Esfuerzo de fricción sobre la cinta y la potencia necesaria para moverla. (0.5 puntos)
   c) A partir de los datos del problema, el caudal Q y la fuerza sobre la cinta F, estudiar mediante análisis dimensional y establecer el número mínimo de parámetros adimensionales de los que depende el problema y dar sus valores utilizando ρ, L y V como variables independientes.¿Cuales son las recomendaciones a seguir para la elección de estas variables independientes? (0.5 puntos)

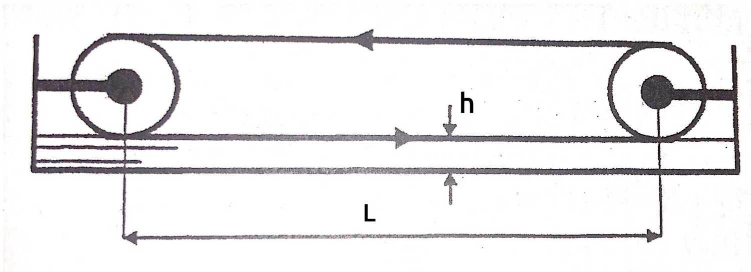


Figura 11: Cinta transportadora

11. **EXAMEN MFI FEB-2018**. Para subir un líquido de un estanque a otro, cuya diferencia de altura es H, se utiliza una rampa inclinada un ángulo α que se mueve a velocidad U de forma que sube una altura h constante de líquido. Se conocen la densidad ρ y la viscosidad μ del líquido y se pretende estimar el caudal bidimensional q (por unidad de longitud) del mismo que se espera poder subir al estanque superior con dicho sistema. Todo en presencia de la presión atmosférica p_a y la gravedad g vertical y hacia abajo. Se supone que el problema es estacionario.

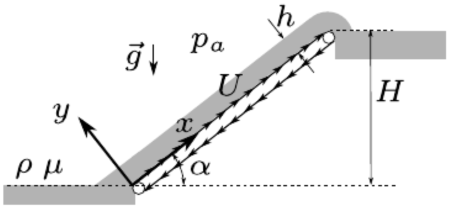


Figura 12: Transporte de líquido entre estanques.

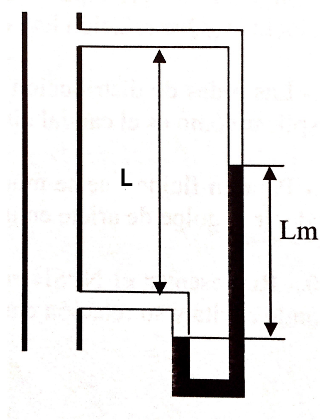
   a) Determinar a partir de la ecuación de continuidad en forma diferencial (escribir la forma general 2D para un liquido y luego simplificarla) que la única componente de la velocidad u es solo función de la coordenada y (0.2 puntos)
   b) Escribir la ecuación de la cantidad de movimiento en forma diferencial en el eje y, hacer as simplificaciones necesarias y resolverla para determinar el valor de la presión en cualquier punto de la rampa. Comentar sobre la dependencia de p con las coordenadas x e y (0.7 puntos).
   c) Escribir la ecuación de la cantidad de movimiento en forma diferencial en el eje x y hacer las simplificaciones necesarias. Establecer las condiciones de contorno sabiendo que $u(h) = u_h$ y resolverla para determinar el valor de la única componente de la velocidad en cualquier punto de la rampa como función de u_h y los demás parámetros del problema (0.8 punto).
   d) Calcular el caudal como función de u_h y demás variables del problema (0.3 puntos).

e) Sabiendo que el esfuerzo en la entrefase líquido-aire es nulo, determinar el valor de u_h en función del resto de variables del problema (0.3 puntos).

f) Calcular ahora el valor de u y del caudal q en función únicamente de las variables originales del problema (0.2 puntos).

g) Calcular el esfuerzo en la pared (rampa) y a partir de él la fuerza bidimensional (por unidad de anchura) que la rampa hace sobre el líquido (0.5 puntos).

12. **MF1-MF FEBRERO-2019**. Por la tubería vertical de la figura de diámetro D fluye un aceite con una viscosidad dinámica μ y una densidad ρ. La tubería cuenta con una manómetro diferencial de mercurio con densidad ρ_{Hg}. **Nota:** Se desprecia el efecto de la gravedad.



a) ¿Cuál es el sentido del flujo? (0.25 puntos)

b) FALTA UN APARTADO

c) Mediante análisis dimensional, determinar la expresión del caudal Q de aceite (ρ, μ) que circula por la tubería de diámetro D en función de la presión reducida P_r. Usar ρ, D y Q como variables independientes.¿Cuales son las recomendaciones a seguir para la elección de estas variables independientes? (0.50 puntos)