

## Tema 2.3-6. Problemas de ecuaciones generales 3

J. Hermenegildo Garcia-Ortiz

12 de noviembre de 2019

1. **Carga de un depósito con un compresor.** Se tiene un depósito, como el indicado en la figura, cuyo volumen es  $V$  en el que hay aire una presión  $p_0 = 2p_a$ , y se desea aumentar dicha presión en  $\Delta p = 2p_a$  utilizando un compresor durante un tiempo  $t_0$  que toma el aire a la presión y temperatura ambiente  $p_a$  y  $T_a$ . El depósito es muy grande y las velocidades en el mismo son despreciables y las propiedades uniformes. Se supone que la presión dentro del depósito cambia linealmente con el tiempo,  $t$ , durante este periodo de la forma:

$$p = p_0 + \Delta p \frac{t}{t_0} \quad (1)$$

donde  $t_0$  es una constante conocida en segundos.

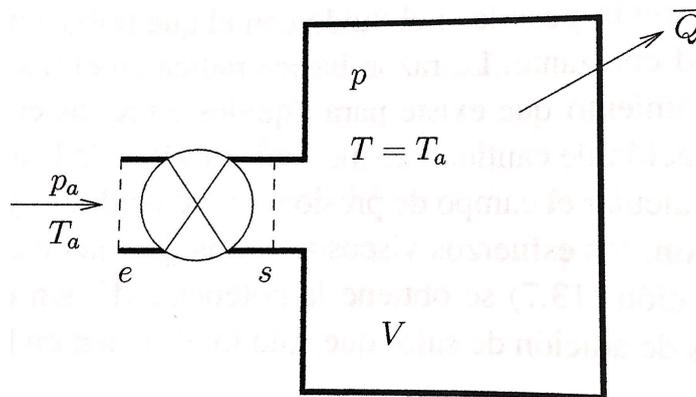


Figura 1: Carga de un depósito de aire usando un compresor

Se supone que la temperatura en el depósito es constante e igual a la ambiente,  $T_a$ , y que en la entrada y a la salida del compresor, las fuerzas de superficie se reducen a la presión. Despreciar las fuerzas másicas. Se pide:

- Variación de la densidad y de la masa de aire dentro del depósito.
- Gasto suministrado por el compresor.
- Potencia comunicada por el compresor suponiendo que funciona isentrópicamente, y que la energía cinética a la entrada es muy pequeña frente a la térmica. Particularizar para un tiempo  $t = \tau$  después del principio.

- Calcular la energía comunicada por el compresor durante todo el periodo.
- Mediante la aplicación de la conservación de la energía, calcular el calor que hay que extraer del depósito para conseguir mantener la temperatura constante, igual a la ambiente,  $T_a$ . Nota: Usar el volumen de control que contenga al depósito y al compresor.

Por si fuese necesario:

$$\frac{T_2}{T_1} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2, \quad (2)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{1/(\gamma-1)} \quad (3)$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\gamma/(\gamma-1)} \quad (4)$$

$$e = c_v T; \quad h = c_p T; \quad \frac{p}{\rho^\gamma} = cte \quad (5)$$

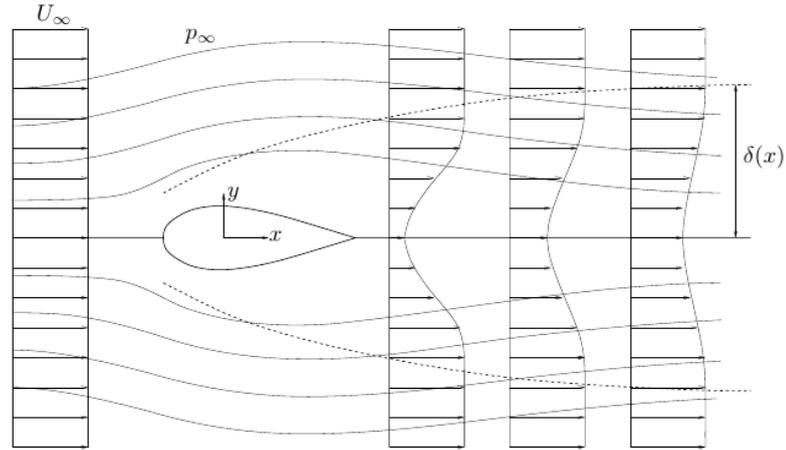
2. **Perfil en una corriente uniforme.** Se va a estudiar un álabe o un perfil aerodinámico simétrico (el campo fluido resultante es también simétrico), bidimensional y con ángulo de ataque nulo, moviéndose a velocidad constante  $U_\infty$  en aire en reposo a presión  $p_\infty$ .

En la figura 2a se muestran esquemáticamente los perfiles de velocidad en la estela del álabe, así como las líneas de corriente del flujo. La velocidad del fluido en el centro de la estela,  $u(x > x_s, y = 0)$ , aumenta desde  $u(x_s, y = 0) = 0$  en el borde de salida del álabe, hasta  $u(x \rightarrow \infty, y = 0) \rightarrow U_\infty$  donde el efecto del cuerpo se desvanece y la estela ya es irreconocible.

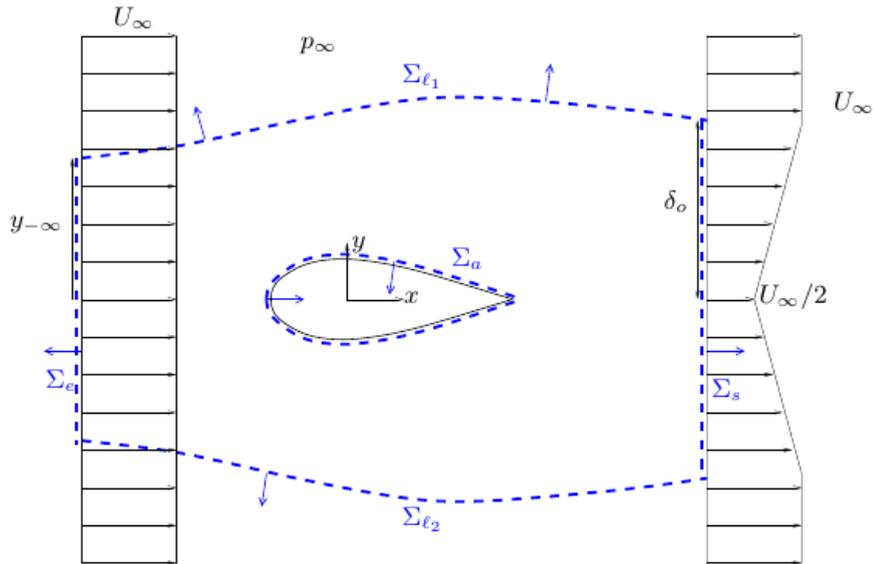
Para simplificar la solución, supondremos que las medidas de la estela en un túnel aerodinámico en una posición particular  $x_o$  pueden aproximarse por una sencilla ley lineal de la forma:

$$u(x_o, y) = \frac{U_\infty}{2} \left(1 + \frac{y}{\delta_0}\right) \quad (6)$$

donde  $\frac{U_\infty}{2}$  es la velocidad en la línea central y  $\delta_0$  el espesor de la estela. Obtener el valor de la fuerza de resistencia sobre el perfil,  $D$ , en función de  $\rho$ ,  $U_\infty$  y  $\delta_0$ .



(a)



(b)

Figura 2

Consideraciones:

- Para analizar este flujo, es conveniente ligar el sistema de referencia al cuerpo, de manera que el cuerpo, fijo, aparece inmerso en una corriente uniforme de velocidad  $U_\infty$ . En este sistema de referencia el problema es estacionario.
- Supondremos que el aire se comporta como incompresible en su movimiento alrededor del cuerpo, con valores conocidos de densidad  $\rho$  y viscosidad  $\mu$ . Para describir el problema, haremos uso de un sistema de referencia  $(x, y)$ , con el eje  $x$  alineado con la corriente incidente, tal y como se indica en la figura 2a.
- El volumen de control mostrado en la figura 2b se define como:

- Una superficie plana vertical de salida  $\sum_s$  situada en  $x = x_0$  y que abarca el espesor de la estela, entre  $y = -\delta_0$  e  $y = \delta_0$ ,
  - una superficie plana vertical de entrada  $\sum_e$  situada en una posición aguas arriba del álabe  $x \rightarrow \infty$  donde el flujo es uniforme, y
  - superficies laterales  $\sum_{l1}$  y  $\sum_{l2}$  coincidentes con las superficies de corriente que terminan en los puntos  $(x_0, \pm\delta_0)$  y que empiezan en la superficie de entrada en los puntos  $(x \rightarrow \infty, \pm y \rightarrow \infty)$ . Al elegir superficies de corriente para limitar lateralmente el volumen de control, nos aseguramos de que a través de esta superficie lateral no hay flujo convectivo, puesto que en una superficie de corriente  $\vec{v} \cdot \vec{n} = 0$ .
3. **Cascada de álabes.** Se considera un perfil bidimensional plano, consistente en una corriente uniforme que incide en una cascada infinita de álabes, todos iguales y colocados periódicamente a una distancia  $L$  según una recta perpendicular a la corriente incidente, tal y como se indica en la figura 4. Este problema no es mas que una idealización de una parte del flujo de una bomba axial, como la mostrada en la figura 3, consistente en el estudio aislado de una sección de la turbomáquina, de forma de corona circular de centro en el eje de giro, y de pequeño espesor, que se ha desarrollado.



Figura 3: Representación 3D de una turbomáquina axial

Para que un álabe esté siempre entre otros dos, debe haber un número infinito de ellos en la cascada, aunque en la rueda haya un número finito. En este ejercicio se supondrá que la cascada está quieta, lo que presupone que la cascada no gira o que se toma un sistema de referencia ligado al álabe.

Se conocen las presiones y las densidades a la entrada y a la salida y la velocidad de entrada  $\vec{v}_1$ , perpendicular al eje de la cascada,  $\alpha_1 = 0$ . La corriente sale deflectada hacia abajo en un ángulo  $\alpha = \alpha_2$ . El eje  $x$  se toma perpendicular al eje de la cascada.

Obtener las fuerzas  $F_x$  y  $F_y$  que se ejercen sobre cada álabe, y la velocidad de salida  $v_2$ .

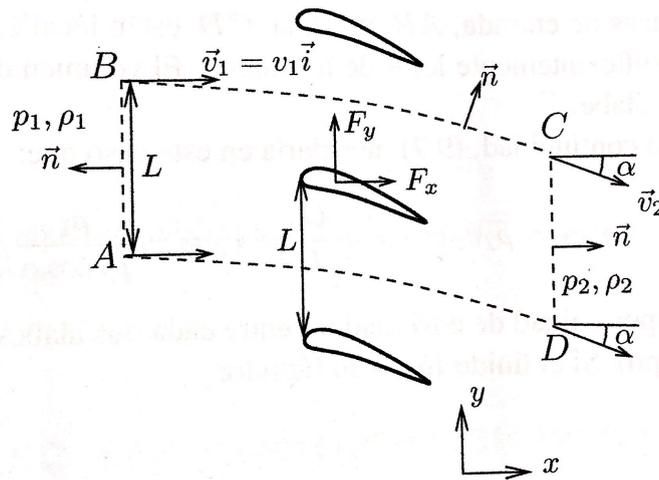


Figura 4: Fuerza sobre un álabe de una cascada

Consideraciones:

- El sistema de referencia es inercial
- Se desprecian las fuerzas gravitatorias
- Las líneas de entrada  $AB$  y  $CD$ , están localizadas en las regiones de corriente uniforme suficientemente lejos de los álabes.
- El volumen de control está limitado interiormente por el álabe.

4. **Cascada de álabes en movimiento.** La cascada, tal y como se estudió en el ejercicio anterior no podía generar ningún trabajo sobre el fluido, o extraerlo, por ser los álabes fijos. Este problema es una ampliación del anterior en el cual se tiene en cuenta que la cascada de álabes se mueve según una velocidad  $\vec{u}_j$

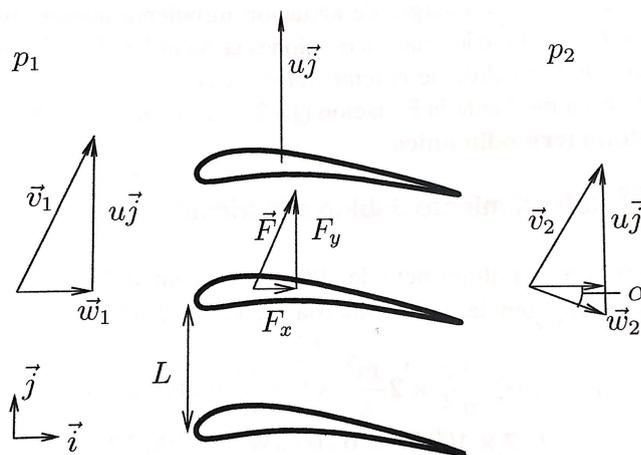


Figura 5: Fuerza sobre un álabe de una cascada

Sabiendo que el fluido es un líquido, calcular la potencia extraída al fluido. Para este caso, utilizar un **sistema de referencia ligado a tierra**, es decir, dónde los álabes se mueven.

5. **EXAMEN FEB-19-GIA** El agua entra en el aspersor de la figura 6 a través de una tubería vertical de diámetro  $D_1$ , con una velocidad  $v_1$ . Los dos brazos están contenidos en el plano horizontal, que es el de rotación. El caudal de alimentación del aspersor se distribuye en partes iguales por los dos brazos que descargan a la atmósfera con una velocidad uniforme. Éstos son de longitud  $L$  y tienen acopladas en sus extremos boquillas de diámetro  $D_2$ . El eje de cada boquilla forma un ángulo  $\beta$  (no representado en la figura) con el plano de rotación, y el plano vertical que contiene dicho eje forma un ángulo  $\alpha$  con el plano vertical que contiene el brazo.

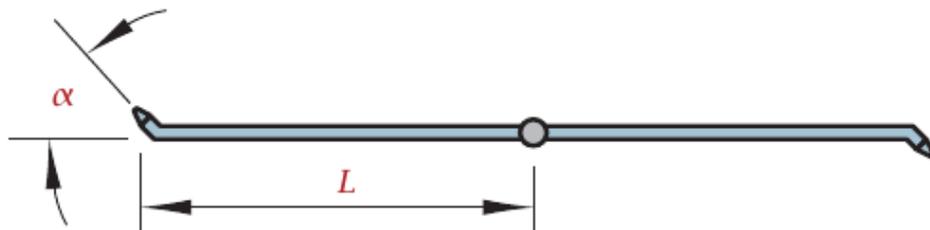


Figura 6: Aspersor de riego no plano de 2 brazos

- a) A partir de la ecuación del momento cinético en forma integral, obtener el momento que ejerce el agua sobre el aspersor cuando este está en reposo. (2 puntos)